

УДК 620.178.3:519.6

DOI 10.47049/2226-1893-2025-1-96-107

ПОРІВНЯЛЬНИЙ АНАЛІЗ ТОЧНОСТІ ОЦІНКИ РУЙНІВНОГО НАПРУЖЕННЯ ПРИ ПРИСКОРЕНИХ ВИПРОБУВАННЯХ НА ОПІР ВТОМІ

А.В. Конопльов

д.т.н., професор, завідувач кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»

ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

Ю.А. Григор'єв

к.ф-м.н., доцент кафедри «Математика, фізика та астрономія»

ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

О.М. Кононова

к.т.н., доцент кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»

ORCID ID: 0000-0001-6966-7223

С.О. Юстов

аспірант кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»

І.І. Цонков

аспірант кафедри «Машинознавство й інженерна механіка»

Одеський національний морський університет, Одеса, Україна

Анотація. Розглянуто проблему, пов'язану з визначенням похибки розрахункового руйнівного напруження залежно від величини границі витривалості, коефіцієнта кореляції та суми накопичених пошкоджень. За рівняння кривої втоми розглядалися три основні моделі: степенева, показникова та Вейбулла. Вважали, що накопичення втомних пошкоджень відбувається лінійно відповідно до гіпотези Пальгрема – Майнера. Розрахункові формули визначення похибок руйнівного напруження були отримані за допомогою рішення систем, до яких входили відповідні рівняння кривої втоми та інтегральні вирази підсумовування втомних пошкоджень. В результаті проведення досліджень було встановлено, що зі збільшенням границі витривалості похибки руйнівного напруження зміщуються в область від'ємних значень. Їхні абсолютні значення для всіх трьох розглянутих рівнянь кривої втоми практично не залежать від величини границі витривалості. Ці похибки, у залежності від коефіцієнта кореляції приймають як додатні, так і від'ємні значення. При цьому закономірність їхнього явного зростання чи спадання відсутня. Залежності похибок руйнівного напруження, зі збільшенням суми накопичених пошкоджень, безперервно зміщуються з області додатних значень у від'ємну область, проходячи через нульове значення при величині цієї суми близької до одиниці. Розрахунки показали, що похибки руйнівних напружень порівняно з експериментальними у найгіршому випадку не перевищили 6%.

Ключові слова: Опір втоми, руйнівне напруження, сума накопичених пошкоджень, границя витривалості, коефіцієнт кореляції.

UDC 620.178.3:519.6

DOI 10.47049/2226-1893-2025-1-96-107

**COMPARATIVE ANALYSIS OF THE ACCURACY OF ESTIMATING
FRACTURE STRESSES IN ACCELERATED FATIGUE TESTS**

A.V. Konoplev

Doctor of Technical Sciences, Professor,
Head of the Department of «Machine science and mechanical engineering»
ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

Yu.A. Hryhoriev

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department
of Mathematics, Physics and Astronomy
ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

O.N. Kononova

Associate Professor
of the Department of «Machine science and mechanical engineering»
ORCID ID: 0000-0001-6966-7223

V.O. Yustov

PhD Student of the Department of «Machine science and mechanical engineering»

I.I. Tsonkov

PhD Student of the Department of «Machine science and mechanical engineering»

Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine

Abstract. *The article considers the problem associated with the error in the calculation of the destructive stress depending on the value of the fatigue limit, the correlation coefficient and the sum of accumulated damage. Three main models were considered as fatigue curve equations: power, exponential and Weibull. The linear hypothesis of Palmgren–Miner was used as the law of accumulation of fatigue damage. The calculation formulas for determining the errors of the destructive stress were obtained based on the joint solution of the systems. They included the corresponding equations of the fatigue curve and integral expressions for the summation of fatigue damage.*

As a result of the research, it was found that with an increase in the fatigue limit, the errors of the destructive stresses shift to the region of negative values. Their absolute values for all three considered equations of the fatigue curve are practically independent of the magnitude of the fatigue limit. The values of these errors, depending on the correlation coefficient, take both positive and negative values. At the same time, there is no pattern of their explicit increase or decrease.

The dependencies of the errors of the destructive stresses, with an increase in the sum of accumulated damage, continuously shift from the region of positive values to the negative region, passing through a zero value at a value of this sum close to one.

The errors of the calculated destructive stresses did not exceed 6% compared to the experimental ones.

Keywords: *Fatigue resistance, Fracture stress, accumulated damage sum, fatigue limit, correlation coefficient.*

Вступ. Удосконалення методів випробувань матеріалів та деталей на опір втомі спрямоване як на розвиток самих методів, так і на вирішення завдань, пов'язаних з їхньою точністю та економічністю. Різноманітність цих методів дає можливість вибору того чи іншого методу для вирішення конкретного завдання. Однак, не завжди ці методи мають обґрунтування їхньої точності, що викликає недовіру до отриманих результатів.

Експериментальне обґрунтування точності не дає повної картини, оскільки воно не розмежує випадкову та систематичну складові похибки цих методів. Вочевидь, що випадкова складова пов'язана з кількістю випробуваних зразків чи деталей, а систематична складова властива самому методу і зумовлена вихідними передумовами.

За вихідні передумови в прискорених методах можуть використовуватися різні гіпотези та припущення. Наприклад, багато прискорених методів, заснованих на використанні навантаження, що збільшується в процесі випробувань, базуються на лінійній гіпотезі накопичення втомних пошкоджень. Ця гіпотеза, на відміну від інших, є універсальною і може застосовуватися як при блочному, так і при безперервному навантаженні. Її основним недоліком є те, що вона не враховує реальний нелінійний характер накопичення пошкоджень, а дає оцінку з точки зору остаточного результату (поломки зразка). До недоліків гіпотези лінійного підсумовування пошкоджень слід також віднести і те, що вона не враховує черговість застосування навантаження та вплив величини амплітуди напружень. Крім того, експериментальні значення суми накопичених пошкоджень можуть відрізнятися від одиниці. Залежно від спадання чи зростання навантаження їх величина коливається в межах 0,25-4,0. При квазівипадковій зміні навантаження цей діапазон звужується і становить 0,6-1,6 [1; 2; 3]. Ця гіпотеза є найпростішою з усіх існуючих і переважно завдяки цьому найпоширенішою.

Метою статті є аналіз точності оцінки руйнівного напруження при прискореному випробуванні зразків на опір втомі з використанням лінійної гіпотези підсумовування втомних пошкоджень.

Виклад основного матеріалу. У прискорених методах випробувань на опір втомі лінійну гіпотезу використовують разом із тим чи іншим рівнянням кривої втомі. Розглянемо три варіанти такого поєднання. Перший варіант полягатиме в її поєднанні з показниковим рівнянням кривої втомі, а другий і третій відповідно – зі степеневим рівнянням і рівнянням Вейбулла. Лінійну гіпотезу записуватимемо для випадку лінійного безперервного збільшення навантаження.

$$\begin{cases} 10^{\sigma/k} \cdot N = 10^{C_{II}} \\ \sigma_p \\ \int_{\sigma_1} (d\sigma / N) / \alpha = 1 \end{cases} ; \quad (1)$$

$$\begin{cases} \sigma^{m_C} \cdot N = 10^{C_C} \\ \int_{\sigma_1}^{\sigma_P} (d\sigma / N) / \alpha = 1 \end{cases}; \quad (2)$$

$$\begin{cases} (\sigma - \sigma_R)^{m_W} \cdot N = 10^{C_W} \\ \int_{\sigma_R}^{\sigma_P} (d\sigma / N) / \alpha = 1 \end{cases}, \quad (3)$$

де σ і N – поточні напруження і число циклів до руйнування; σ_R – границя витривалості; k , C_{Π} , m_C , C_C , m_W і C_W – параметри; α – швидкість збільшення амплітуди напружень; σ_1 – початкове напруження; σ_P – руйнівне напруження; $d\sigma$ – збільшення напруження.

Вирішення систем рівнянь (1)-(3) дозволяє отримати залежності для визначення руйнівного напруження σ_P . Розрахункові значення цих напружень надалі будемо записувати з індексами ($\sigma_{P\Pi}$ – для показникового рівняння; σ_{PC} – для степеневого рівняння і σ_{PW} – для рівняння Вейбулла).

$$\sigma_{P\Pi} = k \cdot C_{\Pi} + k \cdot \lg \left(10^{\sigma_1/k - C_{\Pi}} + \frac{\alpha}{k \cdot \lg e} \right); \quad (4)$$

$$\sigma_{PC} = \left[\sigma_1^{m_C+1} + \alpha (m_C+1) \cdot 10^{C_C} \right]^{\frac{1}{m_C+1}}; \quad (5)$$

$$\sigma_{PW} = \sigma_R + \left[\alpha \cdot (m_W+1) \cdot 10^{C_W} \right]^{\frac{1}{m_W+1}}. \quad (6)$$

При плануванні випробувань початкове напруження σ_1 може прийматися як нижче, так і вище за очікувану границю витривалості. У нашому випадку будемо вважати, що $\sigma_1 \leq \sigma_R$ тоді, приймаючи у формулах (4) і (5) значення σ_1 рівним

σ_R , запишемо їх у вигляді

$$\sigma_{PI} = k \cdot C_{II} + k \cdot \lg \left(10^{\frac{\sigma_R - C_{II}}{k}} + \frac{\alpha}{k \cdot \lg e} \right); \quad (7)$$

$$\sigma_{PC} = \left[\sigma_R^{m_C + 1} + \alpha (m_C + 1) \cdot 10^{C_C} \right]^{\frac{1}{m_C + 1}}. \quad (8)$$

Для аналізу та перевірки цих формул звернемося до експериментальних даних. Нижче, у таблиці 1 наведено характеристики зразків та їх границі витривалості, визначені методом «вгору – вниз». У цій же таблиці представлені результати розрахунку параметрів k , C_{II} , m_C , C_C , m_W і C_W знайдені за допомогою методу найменших квадратів за результатами експериментів, наведених в роботі [4].

Таблиця 1

Результати розрахунку параметрів k , C_{II} , m_C , C_C , m_W і C_W

σ_R , МПа	k , МПа	C_{II}	m_C	C_C	m_W	C_W
Сталь 45, зразки гладкі (1 тип)						
250,0	36,303	13,2364	18,1159	49,8496	2,1137	8,5872
Сталь 45, зразки з надрізом (2 тип)						
204,0	42,677	11,3019	13,4409	37,6424	1,3992	7,6520
Сталь 45, зразки з надрізом (4 тип)						
145,0	72,319	8,4411	6,6445	20,9415	1,8685	8,8384
Сталь 40X, зразки гладкі (1 тип)						
274,0	38,183	13,4748	18,6567	51,8246	1,7860	8,0609
Сталь 40X, зразки з надрізом (3 тип)						
154,0	58,069	9,1691	7,9554	23,9952	1,4695	7,9902
Сталь 40X, зразки з надрізом (4 тип)						
159,0	59,084	8,7112	7,7340	23,0990	1,2853	7,2907

Теоретичний коефіцієнт концентрації напружень α_σ для зразків 1-4 типів відповідно дорівнював: 1,03; 1,556; 1,772; 2,625.

Розрахункові значення руйнівних напружень σ_{PI} , σ_{PC} і σ_{PW} при

швидкостях збільшення амплітуди напружень α , рівних 50 і 100 Па/цикл, знайдені за формулами 6, 7, 8 представлені у таблиці 2. У цій же таблиці наведено результати визначення руйнівних напружень $\sigma_{PЭ}$ експериментальним шляхом.

Таблиця 2

Розрахункові та експериментальні значення
руйнівних напружень та їх відносних похибок

№ парт.	$\sigma_{PЭ}$, МПа	σ_{PP} , МПа	σ_{PC} , МПа	σ_{PW} , МПа	$\delta\sigma_{PP}$, %	$\delta\sigma_{PC}$, %	$\delta\sigma_{PW}$, %
Сталь 45, гладкі зразки (1 тип), $\sigma_R=250$ МПа, $\alpha=100$ Па/цикл							
1	299,22	292,88	292,87	292,82	-2,12	-2,12	-2,14
Сталь 45, зразки з надрізом (2 тип) $\sigma_R=204$ МПа $\alpha=100$ Па/цикл							
2	265,94	258,49	257,64	251,93	-2,80	-3,12	-5,27
Сталь 45, зразки з надрізом (4 тип) $\sigma_R=145$ МПа $\alpha=100$ Па/цикл							
3	206,30	216,29	216,02	215,19	4,84	4,71	4,31
Сталь 40X, зразки гладкі (1 тип), $\sigma_R=274$ МПа, $\alpha=50$ Па/цикл							
4	323,90	306,25	306,27	306,31	-5,45	-5,44	-5,43
Сталь 40X, зразки з надрізом (3 тип) $\sigma_R=154$ МПа $\alpha=50$ Па/цикл							
5	198,60	204,85	203,96	198,97	3,15	2,70	0,18
Сталь 40X, зразки з надрізом (4 тип) $\sigma_R=159$ МПа $\alpha=50$ Па/цикл							
6	211,20	187,51	187,66	188,19	-11,22	-11,15	-10,89

Похибки $\delta\sigma_{PP}$, $\delta\sigma_{PC}$ і $\delta\sigma_{PW}$ визначали за загальною формулою, однаковою для всіх рівнянь кривої втоми, підставляючи значення руйнівних напружень $\sigma_P = \sigma_{PP}$, $\sigma_P = \sigma_{PC}$ і $\sigma_P = \sigma_{PW}$ з таблиці 2.

$$\delta\sigma_P = \frac{\sigma_P - \sigma_{PЭ}}{\sigma_{PЭ}} \cdot 100. \quad (9)$$

Залежності похибок руйнівного напруження $\delta\sigma_P$ від границі витривалості для трьох моделей кривої втоми, що розглядаються, представлені на рисунку 1. При побудові графіка було відкинуті значення похибок, які відповідали границі витривалості $\sigma_R=159$ МПа, оскільки вони значуще, згідно з критерієм Н.В. Смирнова відрізнялися від інших.

Похибки $\delta\sigma_{P\Pi}$, $\delta\sigma_{PC}$, $\delta\sigma_{PW}$ набувають як додатні, так і від'ємні значення. Щоб одержати картину зміни похибок залежно від границі витривалості лише за величиною, представимо цю залежність у модульному варіанті, тобто

$$|\delta\sigma_P| = f(\sigma_R) \text{ (рис. 2).}$$

$\delta\sigma_P, \%$

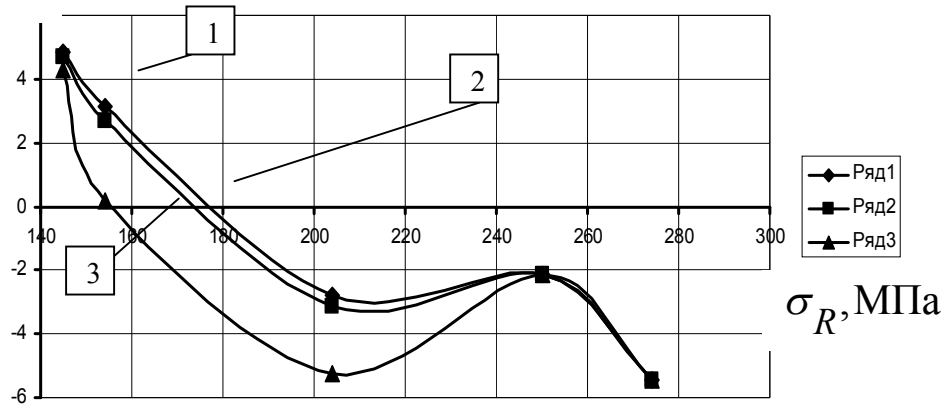


Рис.1. Залежності похибок руйнівного напруження $\delta\sigma_P$ від границі витривалості

σ_R : 1 – показникове рівняння; 2 – степеневе рівняння; 3 – рівняння Вейбулла

$|\delta\sigma_P|, \%$

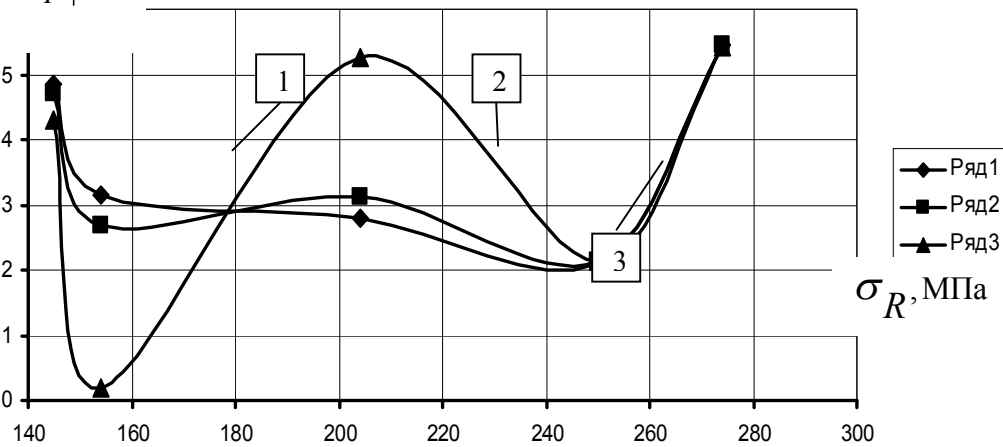


Рис. 2. Залежності $|\delta\sigma_P|(\sigma_R)$:

1 – показникове рівняння; 2 – степеневе рівняння; 3 – рівняння Вейбулла

Похибка оцінки розрахункових руйнівних напружень $\delta\sigma_P$ обумовлена цілою низкою факторів. Основними є: прийнятий вид рівняння кривої втоми; відхилення суми накопичених пошкоджень від одиниці; розсіювання експериментальних даних.

Для визначення залежності $\delta\sigma_P$ від суми накопичених пошкоджень скористаємося формулами (1)-(6) та (9), прийнявши у формулах (1)-(3) $\sigma_1 = \sigma_R$ і

$$\int_{\sigma_R}^{\sigma_P} (d\sigma / N) / \alpha = a.$$

Провівши необхідні перетворення вищезгаданих формул, отримаємо наступні залежності для обчислення значень сум накопичених пошкоджень a_{II} , a_C і a_W

$$a_{II} = k \cdot \lg e \cdot \left(10^{\frac{\sigma_P}{k} - C_{II}} - 10^{\frac{\sigma_R}{k} - C_{II}} \right); \quad (10)$$

$$a_C = \frac{\sigma_{PЭ}^{m_C+1} - \sigma_R^{m_C+1}}{\alpha \cdot (m_C + 1) \cdot 10^{C_C}}; \quad (11)$$

$$a_W = \frac{(\sigma_{PЭ} - \sigma_R)^{m_W+1}}{\alpha \cdot (m_W + 1) \cdot 10^{C_W}}; \quad (12)$$

Розрахункові значення цих величин представлені у таблиці 2. У цій же таблиці наведено значення $\delta\sigma_{P_{II}}$, $\delta\sigma_{P_C}$, $\delta\sigma_{P_W}$ і знайдені за результатами експерименту коефіцієнти варіації трьох рівнянь кривої втоми, що розглядаються R_{II}^2 , R_C^2 і R_W^2 .

Таблиця 2

Значення величин накопичених пошкоджень a_{II}, a_C, a_W ;

коефіцієнтів варіації R_{II}^2, R_C^2, R_W^2 ; похибок руйнівних напружень $\delta\sigma_{PII}, \delta\sigma_{PC}, \delta\sigma_{PW}$

σ_R , МПа	250	204	145	274	154	159
a_{II}	1,601	1,578	0,811	3,384	0,900	3,753
a_C	1,533	1,601	0,689	3,257	0,769	3,363
a_W	1,543	1,850	0,678	3,358	0,980	3,774
R_{II}^2	0,8015	0,9344	0,9208	0,8819	0,8555	0,8886
R_C^2	0,7982	0,9350	0,9333	0,8828	0,8413	0,8968
R_W^2	0,7609	0,9273	0,9431	0,8782	0,75870	0,8657
$\delta\sigma_{PII}$, %	-2,120	-2,803	4,841	-5,451	3,147	-11,217
$\delta\sigma_{PC}$, %	-2,123	-3,121	4,710	-5,442	2,697	-11,146
$\delta\sigma_{PW}$, %	-2,139	-5,269	4,310	-5,432	0,184	-10,893

Як і в попередньому випадку, залежно від похибок $\delta\sigma_{PII} \left(R_{II}^2 \right)$,

$\delta\sigma_{PC} \left(R_C^2 \right)$ і $\delta\sigma_{PW} \left(R_W^2 \right)$ представимо як у реальному, так і в модульному вигляді (рис. 3 і 4).

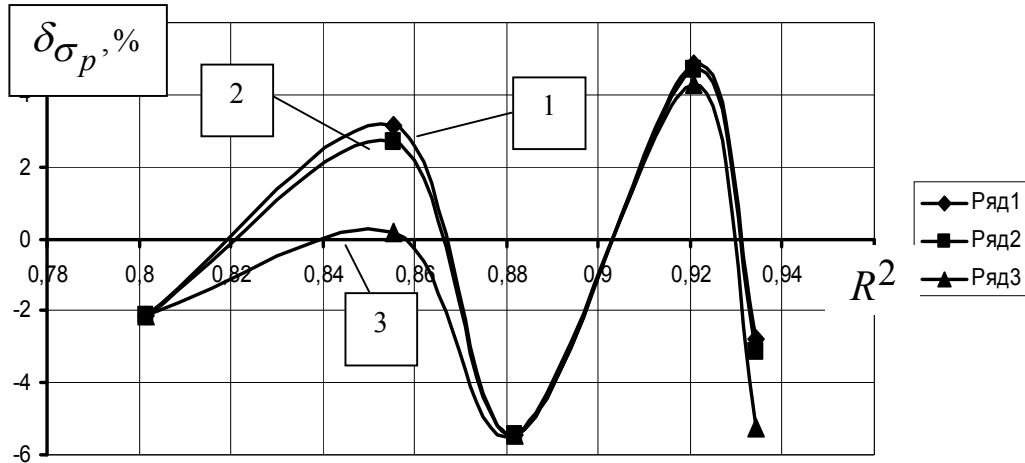


Рис. 3. Залежності похибок руйнівного напруження від коефіцієнта кореляції: $\delta\sigma_{P\Pi}(R_{\Pi}^2)$, $\delta\sigma_{PC}(R_C^2)$ і $\delta\sigma_{PW}(R_W^2)$:
1 – показникове рівняння; 2 – степеневе рівняння; 3 – рівняння Вейбулла

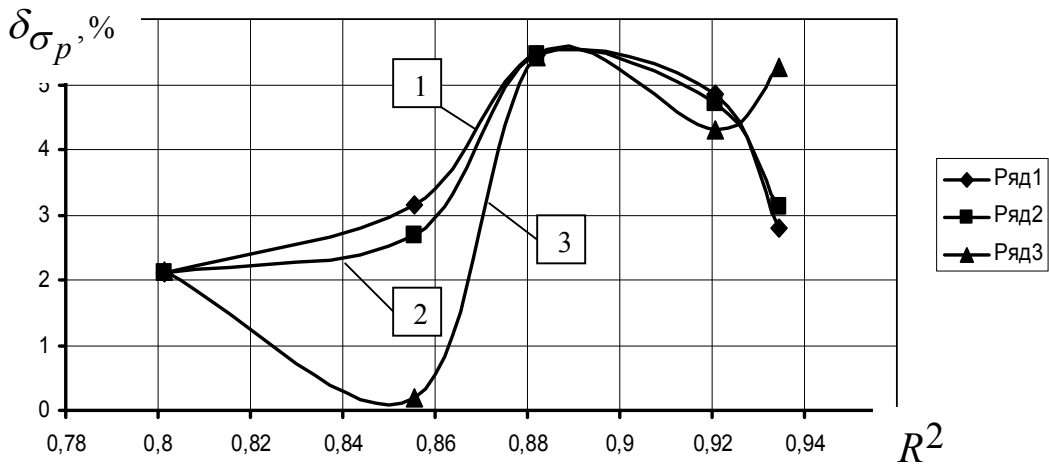


Рис. 4. Залежності похибок руйнівного напруження від коефіцієнта кореляції:
 $|\delta\sigma_{P\Pi}(R_{\Pi}^2)|$, $|\delta\sigma_{PC}(R_C^2)|$ і $|\delta\sigma_{PW}(R_W^2)|$:
1 – показникове рівняння; 2 – степеневе рівняння; 3 – рівняння Вейбулла

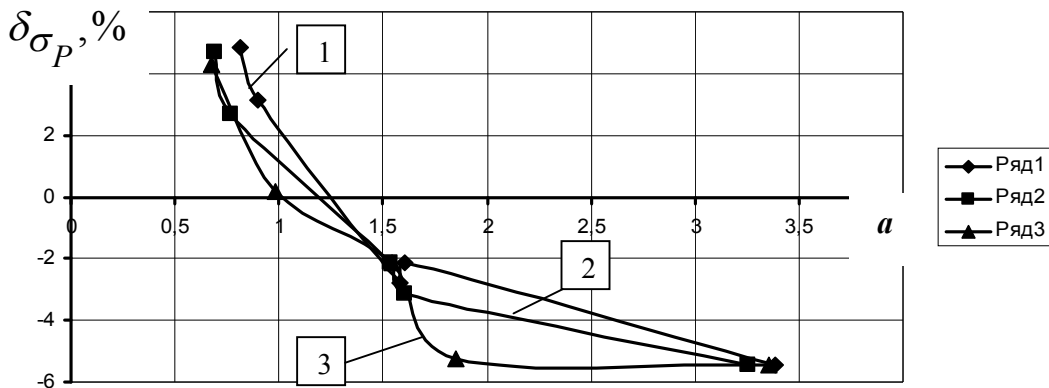


Рис. 5. Залежності похибок руйнівного напруження від розрахункової суми накопичених пошкоджень: $\delta\sigma_{P\Pi}(a_{\Pi})$, $\delta\sigma_{PC}(a_C)$ і $\delta\sigma_{PW}(a_W)$:
1 – показникове рівняння; 2 – степеневе рівняння; 3 – рівняння Вейбулла.

Висновки, які отримані в результаті аналізу проведених досліджень.

1. Зі збільшенням границі витривалості похибки руйнівного напруження зміщуються в область від'ємних значень (див. рис. 1).

2. Абсолютні значення величин $\delta\sigma_P$ для всіх трьох рівнянь кривої втоми, що розглядаються, практично не залежать від величини границі витривалості (див. рис. 2).

3. Величини похибок $\delta\sigma_{P\Pi}$, $\delta\sigma_{PC}$, $\delta\sigma_{PW}$, які представлені на рисунку 3 залежно від коефіцієнта кореляції приймають як додатні так і від'ємні значення. При цьому закономірність їхнього явного зростання або спадання відсутня (див. рис. 4).

4. Залежності $\delta\sigma_{P\Pi}(a_{\Pi})$, $\delta\sigma_{PC}(a_C)$ і $\delta\sigma_{PW}(a_W)$ зі збільшенням значень a_{Π} , a_C і a_W безперервно зміщуються з області додатних значень у від'ємну область, проходячи через нульове значення $\delta\sigma_P$ при величині a близькій до одиниці (див. рис. 5).

5. Максимальні похибки розрахункових руйнівних напружень порівняно з експериментальними не перевищили 6 %.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Collins J.A. *Failure of materials in mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention*: Willey, 1981. 629 p.
2. PG Forrest *Fatigue of Metals*. Pergamon press. Oxford, London, New York, Paris. 1962. 352 p.
3. Олійник М.В. *Витривалість деталей машин*. К.: Техніка, 1979. – 200 с.
4. Олійник М.В., Конопльов А.В., Кібаков О.Г. *Методи прискороного визначення характеристик опору втомі у практичних додатках*. Одеса: Астропринт, 2000. 138 с.

REFERENCES

1. Collins J.A. *Failure of materials in mechanical Design: Analysis, Prediction, Prevention*: Willey, 1981. 629 p.
2. PG Forrest *Fatigue of Metals*. Pergamon press. Oxford, London, New York, Paris. 1962. 352 p.
3. Oliinyk M.V. *Vytryvalist detalei mashyn*. K.: Tekhnika, 1979. 200 s.
4. Oliinyk M.V., Konoplov A.V., Kibakov O.H. *Metody pryskorenoho vyznachennia kharakterystyk oporu vtomy u praktychnykh dodatkakh*. Odesa: Astroprint, 2000. 138 s.

Стаття надійшла до редакції 24.12.2024

Посилання на статтю: Конопльов А.В., Григор'єв Ю.А., Кононова О.М., Юстов С.О., Юстов С.О. Порівняльний аналіз точності оцінки руйнівного напруження при прискорених випробуваннях на опір втомі // *Вісник Одеського національного морського університету: Зб. наук. праць*, 2025. № 1 (75). С. 96-107. DOI 10.47049/2226-1893-2025-1-96-107.

Article received 24.12.2024

Reference a journal artic: Konoplev A.V., Hryhoriev Yu.A., Kononova O.N., Yustov V.O., Tsonkov I.I. comparative analysis of the accuracy of estimating fracture stresses in accelerated fatigue tests // *Herald of the Odesa National Maritime University: Coll. scient. works*, 2025. № 1 (75). P. 96-107. DOI 10.47049/2226-1893-2025-1-96-107.