

УДК 620.178.3:519.6

DOI 10.47049/2226-1893-2024-3-33-50

## ПРО ПІДХОДИ ДО ПЕРЕРАХУНКУ ПАРАМЕТРІВ КРИВИХ ВТОМИ

**О.М. Шумило**

к.т.н., професор кафедри «Суднові енергетичні установки та технічна експлуатація»

ORCID ID: 0000-0003-0574-1954

e-mail: shumyloalexander@gmail.com

**Ю.О. Григор'єв**

к.ф.-м.н., доцент кафедри «Математика, фізика та астрономія»

ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

e-mail: yurii.grigoryev@gmail.com

**А.В. Конопльов**

д.т.н., професор, завідувач кафедри «Машинознавство та інженерна механіка»

ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

e-mail: avkonmi@gmail.com

*Одеський національний морський університет, Одеса, Україна*

**Анотація.** Розглянуто проблему, пов'язану з перерахунком параметрів кривих втоми, виражених степеневим рівнянням та рівнянням Вейбулла. Вона пов'язана з тим, що є необхідність зіставляти результати випробувань на опір втоми, отриманих різними авторами. Крім того, перерахунок параметрів може бути використаний для визначення границі витривалості положення похилої ділянки кривої втоми.

Для вирішення завдання взаємного перерахунку параметрів було запропоновано кілька методів, які через прийняті припущення були наближеними. У роботі пропонується новий підхід до вирішення цієї проблеми. Зокрема, пропонується використовувати метод найменших квадратів в інтегральному вигляді.

В результаті дослідження було встановлено, що обчислення параметрів класичним методом найменших квадратів наближаються до результатів, що отримані інтегральним методом найменших квадратів і збігаються при великій кількості експериментальних точок.

Перевірка запропонованого способу перерахунку параметрів на зразках різної форми з конструкційних марок сталі підтвердила його теоретичну обґрунтованість та показала високу точність.

**Ключові слова:** криві втоми, методи перерахунку параметрів кривих втоми, інтегральний спосіб найменших квадратів.

UDC 620.178.3:519.6

DOI 10.47049/2226-1893-2024-3-33-50

## ABOUT GETTING TO PERERAKHUNK PARAMETERS IN VTOMI CURVES

### O. Shumylo

Candidate of Technical Sciences, Professor of the Department of Ship Power Plants and  
Technical Operation”

ORCID ID: 0000-0003-0574-1954

e-mail: shumyloalexander@gmail.com

### Yu. Hryhoriev

Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor of the Department  
of Mathematics, Physics and Astronomy

ORCID ID: 0000-0002-7114-834x

e-mail: yurii.grigoryev@gmail.com

### A. Konoplev

Doctor of Technical Sciences, Professor, Head of the Department of Mechanical  
Engineering and Mechanical Engineering

ORCID ID: 0009-0009-9775-6018

e-mail: avkonmu@gmail.com

*Odesa National Maritime University, Odesa, Ukraine*

**Abstract.** *The problem associated with the recalculation of parameters of fatigue curves expressed by a power equation and the Weibull equation is considered. It is related to the fact that there is a need to compare the results of fatigue resistance tests obtained by different authors. In addition, the recalculation of parameters can be used to determine the endurance limit by the position of the inclined section of the fatigue curve. To solve the problem of mutual recalculation of parameters, several methods were proposed, which, due to the assumptions made, were approximate. The paper proposes a new approach to solving this problem. In particular, it is proposed to use the least squares method in integral form. As a result of the investigation, it was established that the calculation of parameters by the classical least squares method approaches the results obtained by the integral least squares method and is avoided with a large number of experimental points. Testing the proposed method for recalculating parameters on samples of different shapes made of structural steel grades confirmed its theoretical validity and showed high accuracy.*

**Keywords:** *fatigue curves, methods for recalculating the parameters of fatigue curves. integral least squares method.*

**Вступ.** Розв'язання багатьох задач, що пов'язані зі втомною міцністю конструкцій, деталей (їх моделей) і зразків (надалі об'єктів) передбачає проведення випробувань та побудову кривих втоми. Їхнє подання у вигляді різних математичних моделей ускладнює проведення порівняльної оцінки результатів випробувань, отриманих різними авторами. Іншими словами, існує проблема приведення

кривих втоми до порівняльного вигляду. При їх побудові необхідно враховувати, що вибір рівняння впливає на ступінь його відповідності експериментальним даним, що характеризується коефіцієнтом кореляції. Очевидно, що за наявності даних протоколу випробувань ці дані можна обробити, використовуючи різні рівняння кривої втоми, і потім порівняти їх коефіцієнти кореляції з метою вибору найбільш оптимального варіанту. У разі відсутності експериментальних даних задачу про приведення кривих втоми до порівняного вигляду можна вирішити лише за допомогою формул перерахунку параметрів цих кривих.

**Мета статті** є розробка нового підходу до перерахунку параметрів кривої втоми, що забезпечує максимальну відповідність експерименту.

**Виклад основного матеріалу.** Для аналітичного описування кривих втоми найчастіше використовують степеневе, показникове та рівняння Вейбула. У низці робіт [1-3] розглядається задача перерахунку параметрів одного рівняння в параметри іншого. З цих трьох найпоширеніших рівнянь кривої втоми найчастіше використовують два: степеневе та Вейбула, тому розглянемо задачу взаємного перерахунку параметрів саме цих рівнянь. У загальному вигляді їхнє взаємне розташування в координатах  $\lg N - \lg \sigma$  і  $\lg N - \lg(\sigma - \sigma_R)$  показано на рис. 1 та 2.

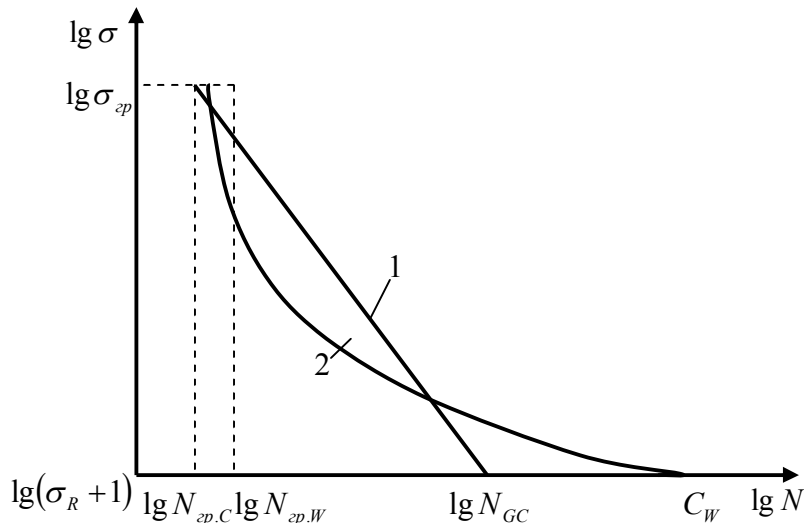


Рис. 1. Схема взаємного розташування кривих втоми, що виражені степеневим рівнянням (1) та рівнянням Вейбула (2) в координатах  $\lg \sigma - \lg N$

На схемах прийняті такі позначення:  $\sigma$  і  $N$  – напруга та число циклів до руйнування відповідно;  $\sigma_R$  - границя витривалості;  $\sigma_{ep}$ ,  $N_{ep.C}$ ,  $N_{ep.W}$  – граничні значення напружень і довговічностей до руйнування (індекси «С» і «W» відповідають рівнянням степеневому та Вейбула);  $\lg N_{GC}$  – абсциса точки перелому кривої втоми, що виражена степеневим рівнянням;  $C_W$  – параметр рівняння Вейбула.

Розглянемо і проаналізуємо один із наближених методів перерахунку параметрів, заснований на рівності площ обмежених з одного боку похилими ділянками кривих втоми, з другого боку – осями координат. У цьому методі прийнято припущення, що координати верхніх граничних точок збігаються, як це показано на рис. 3.

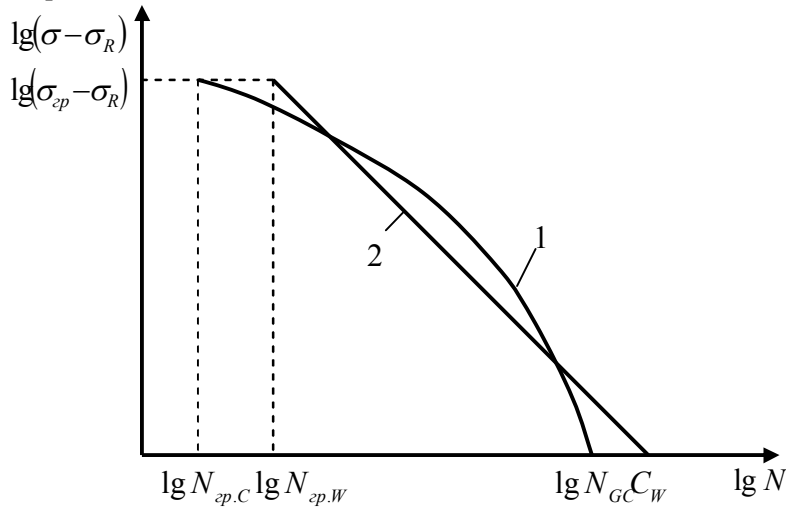


Рис. 2. Схема взаємного розташування кривих втоми, що виражені степеневим рівнянням (1) та рівнянням Вейбула (2) в координатах  $\lg(\sigma - \sigma_R) - \lg N$

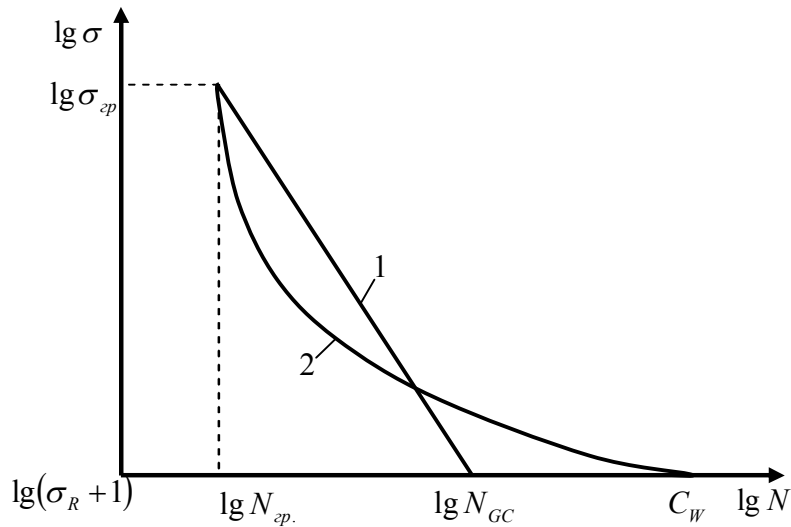


Рис. 3. Схема взаємного розташування кривих втоми, що виражені степеневим рівнянням (1) та рівнянням Вейбула (2) в координатах  $\lg \sigma - \lg N$  при  $\lg N_{zp.} = \lg N_{zp.C} = \lg N_{zp.W}$

На конкретному прикладі визначимо, яку похибку внесе прийняте припущення при перерахунку параметрів степеневому рівнянню та рівнянню Вейбула. Для цього скористаємося результатами випробувань зразків із сталі 45 при круговому вигині [4]. Спочатку за допомогою методу найменших квадратів визначимо параметри згаданих рівнянь  $m_C$ ,  $C_C$ ,  $m_W$  і  $C_W$ . Потім, скориставшись підходом, викладеним у роботі [5], визначимо перераховані параметри  $m_{ВП}$  та  $C_{ВП}$ . Результати розрахунку наведено у табл. 1.

Таблиця 1

Результати перерахунку параметрів  $m_C$ ,  $C_C$ ,  $m_W$ ,  $C_W$ ,  $m_{ВП}$  та  $C_{ВП}$

Границя витривалості	Параметри, що отримані за методом найменших квадратів				Параметри, що отримані за методом перерахунку		Похибки визначення параметрів		
	$m_C$	$C_C$	$m_W$	$C_W$	$m_{ВП}$	$C_{ВП}$	$\delta_{m_W}, \%$	$\delta_{C_W}, \%$	
$\sigma_R$ , МПа	145	16,26	45,28	0,6190	6,4779	1,1202	6,9038	44,7	6,2

Нижче розглянуто запропонований підхід до перерахунку параметрів, при якому крива втоми, що підпорядкована степеневому рівнянню, розглядається як апроксимація кривої втоми Вейбулла, як це показано на рис. 1.

Розглянемо степеневе рівняння

$$\sigma^m N = \sigma_R^m N_G = \sigma_d^m N = 10^C = const, \quad (1)$$

та рівняння Вейбулла

$$(\sigma - \sigma_R)^{m_w} N = 10^{C_w} = const, \quad (2)$$

де  $\sigma$  і  $N$  – поточна напруга та довговічність до руйнування,

$\sigma_R$  – границя витривалості;

$m$ ,  $m_w$ ,  $C$  та  $C_w$  – параметри;

$N_G$  – абсциса точки перелому кривої втоми;

$\sigma_d$  – ордината кривої втоми.

В роботі [1] було зроблено припущення про рівність  $\lg N_G = C_w$ . Крім того, було прийнято, що граничні значення напружень  $\sigma_{zp}$  та довговічностей до

руйнування  $N_{zp}$  на границі багато та малоциклової втоми для обох моделей також однакові. В результаті було отримано такі вирази для перерахунку параметрів  $m$  і  $C$  в параметри  $m_w$  та  $C_w$ :

$$m_w = \frac{C \left( 1 - \lg \frac{\sigma_R}{\sigma_{zp}} \right) - \lg N_{zp}}{\lg(\sigma_{zp} - \sigma_R)},$$

$$C_w = \frac{C(\lg \sigma_d - \lg \sigma_R)}{\lg \sigma_d}.$$

Більш точні результати іншими методами були отримані в роботі [3].  
В роботі [4] рівняння (1) і (2) було записано в логарифмічному вигляді

$$\lg N = C - m \lg \sigma, \quad (3)$$

$$\lg N = C_w - m_w \lg(\sigma - \sigma_R) \quad (4)$$

та побудовано графіки цих рівнянь в логарифмічних координатах (рис. 1).

Параметри  $m_w$  та  $C_w$  в цій роботі було знайдено із умови рівності площ

$$S_1 = S_2,$$

де  $S_1$  – площа фігури, що обмежена графіком степеневого рівняння, осями координат та прямою

$$\lg(\sigma - \sigma_R) = \lg(\sigma_{zp} - \sigma_R);$$

де  $S_2$  – площа такої ж фігури, яка з правої сторони обмежена не графіком степеневого рівняння, а графіком рівнянням Вейбула.

В результаті було отримано наступні результати:

$$C_w = \lg N_{zp} + m_w \lg(\sigma_{zp} - \sigma_R),$$

$$m_w = 2 \frac{(C - \lg N_{zp}) \lg(\sigma_{zp} - \sigma_R) - I}{\lg^2(\sigma_{zp} - \sigma_R)},$$

де

$$I = \frac{m}{\ln 10} \int_{\sigma_{R+1}}^{\sigma_{zp}} \frac{\lg \sigma}{\sigma - \sigma_R} d\sigma.$$

У даній роботі параметри  $m_w$  та  $C_w$  знайдені методами найменших квадратів: класичним та інтегральним.

## 1. МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ У КЛАСИЧНОМУ ВИГЛЯДІ

Введемо позначення

$$y = \lg N, \quad x = \lg(\sigma - \sigma_R), \quad a = \lg(\sigma_{zp} - \sigma_R).$$

Тоді рівняння втомі (3), (4) приймуть вигляд

$$y = C - m \lg(10^x + \sigma_R), \quad (5)$$

$$y = C_w - m_w x, \quad (6)$$

де  $x \in [0, a]$ .

Розіб'ємо відрізок  $[0, a]$  на  $n$  рівних частин точками

$$x_0 = 0, x_1, x_2, \dots, x_n = a$$

та обчислимо відповідні значення функції (5):

$$y_0, y_1, y_2, \dots, y_n.$$

Запишемо функцію (5) у табличному вигляді

$x$	$x_0$	$x_1$	$x_2$	...	$x_i$	...	$x_n$
$y$	$y_0$	$y_1$	$y_2$	...	$y_i$	...	$y_n$

Параметри  $m_w$  та  $C_w$  функції (6) підберемо так, щоб значення цієї функції в отриманих точках якомога менше відрізнялись від значень функції (5). Тобто знайдемо найменше значення наступної функції:

$$S(C_w, m_w) = \sum_{i=0}^n (C_w - m_w x_i - y_i)^2 \rightarrow \min.$$

За необхідними умовами екстремуму отримаємо наступну систему рівнянь:

$$\begin{cases} (n+1)C_w - m_w \sum_{i=0}^n x_i = \sum_{i=0}^n y_i, \\ C_w \sum_{i=0}^n x_i - m_w \sum_{i=0}^n x_i^2 = \sum_{i=0}^n x_i y_i. \end{cases}$$

Поділивши обидві частини цих рівнянь на  $n+1$ , будемо мати

$$\begin{cases} C_w - m_w \bar{x} = \bar{y}, \\ C_w \bar{x} - m_w \bar{x}^2 = \overline{xy}. \end{cases}$$

Розв'язавши цю систему рівнянь, знайдемо

$$m_w = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \bar{y}}{\bar{x}^2 - \bar{x}^2}. \quad (7)$$

та  $C_w$

$$C_w = m_w \bar{x} + \bar{y}. \quad (8)$$

За наслідком з теореми Вейерштрасса при знайдених значеннях  $m_w$  та  $C_w$  функція  $S(C_w, m_w)$  досягає найменшого значення.

## 2. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМЕТРІВ КЛАСИЧНИМ МЕТОДОМ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Проведемо обчислення параметрів для сталі 45 (I тип). Вихідні дані візьмемо з роботи [4]

$$\sigma_R = 250 \text{ МПа}; m = 16,26; C = 45,28;$$

$$\sigma_{zp} = 300,07 \text{ МПа}.$$



Обчислення будемо проводити в системі комп'ютерної математики wxMaxima [6]. Спочатку розіб'ємо відрізок  $[0, a]$  на  $n = 10$  рівних частин.

$$\text{Обчислимо } a = \lg(\sigma_{zp} - \sigma_R), a = 1,6996$$

та крок  $h$  розбиття відрізка  $[0, a]$ ,  $h = a/n$ ,  $h = 0,16996$ .

Далі функцію (5) запишемо у табличному вигляді. Точкові значення аргументу цієї функції запишемо у список  $x$

```
(%i9) x: makelist(i·h, i, 0, n), numer $,
```

а точкові значення функції запишемо у список  $y$

```
y: makelist(C-m·lg(10^x[i]+σR), i, 1, n+1), numer $.
```

Програма Maxima створена для символічних (точних) обчислень математичних виразів. Тому для наближеного обчислення в команді (%i9) ми дописали numer.

Тепер підрахуємо середні значення: середнє значення  $\bar{x}$

```
(%i11) xc: sum(x[i], i, 1, n+1)/(n+1);  
(%o11) 0,8497887956994543
```

середнє значення  $\bar{xy}$

```
хус: 0;  
0  
for i: 1 thru n+1 step 1 do хус: хус+x[i]·y[i];  
done  
хус: хус/(n+1)  
4,841402722527548
```

середнє значення  $\bar{y}$

```
(%i15) yc: sum(y[i], i, 1, n+1)/(n+1);  
(%o15) 5,919355642332949
```

та середнє значення  $\bar{x^2}$

```
(%i16) xc2: sum(x[i]^2, i, 1, n+1)/(n+1);  
(%o16) 1,010997396214861
```

Тепер все готово для обчислення шуканих параметрів  $m_W$

```
(%i17) mw: -(хус-xc·yc)/(xc2-xc^2);  
(%o17) 0,6536098241001312
```

та  $C_w$

$$C_w: y_c + m_w \cdot x_c;$$

$$6,474785947612332$$

Запишемо у явному вигляді функцію  $y_1(t)$  за формулою (5) та функцію  $y_2(t)$  за формулою (6)

$$y_1(t) = 45,28 - 16,26 \lg(10^t + 250), \quad y_2(t) = 6,4748 - 0,6536t.$$

На відрізку  $[0, a]$  побудуємо графіки цих функцій: функції  $y_1(t)$ , що задана таблично та аналітично і графік функції  $y_2(t)$ . Графіки цих функцій зображено на рис. 4. Синьою лінією зображено графік функції  $y_1(t)$ , чорними точками – дискретний графік цієї ж функції; червоною лінією зображено графік функції  $y_2(t)$ .

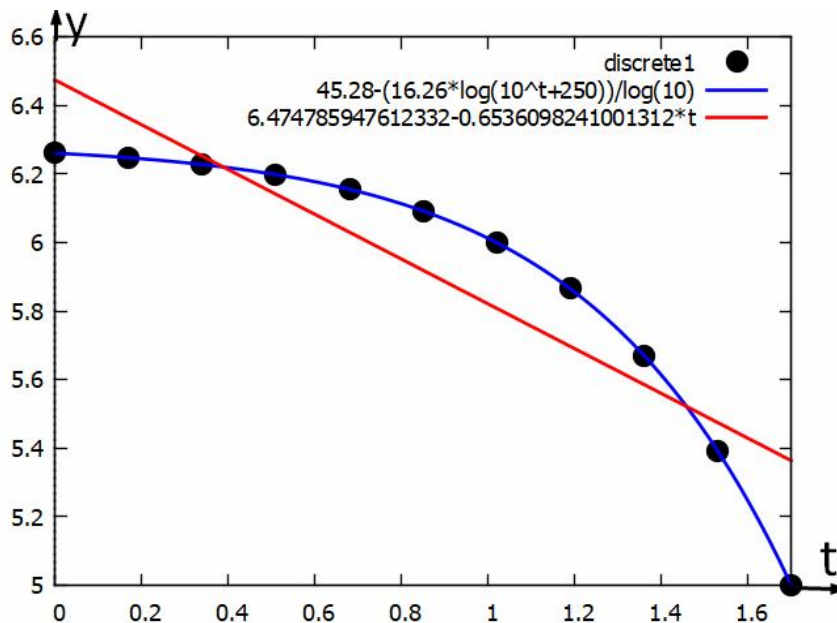


Рис. 4. Графіки функцій  $y_1(t)$ , що задана таблично і аналітично і  $y_2(t)$

Ще обчислимо коефіцієнт детермінації  $R^2$ . Він характеризує схожість отриманої функції  $y_2(t)$  до експериментальних даних, тобто до дискретної функції  $y_1(t)$ . Обчислюється цей коефіцієнт за формулою

$$R^2 = \frac{\sum_{i=0}^n (\hat{y}_i - \bar{y})^2}{\sum_{i=0}^n (y_i - \bar{y})^2},$$

де  $\hat{y}_i$  – теоретичні значення функції  $y_2(t)$  в точках  $t = x_i$ ,  $i = 0, 1, \dots, n$ .

$$R^2 = 0,8094$$

Аналогічно можна провести обчислення й для інших зразків, результати зведемо у таблицю 2.

Таблиця 2

*Результати розрахунку параметрів  
за допомогою методу найменших квадратів у класичному вигляді.*

Найменування сталі	$\sigma_R$ МПа	$m$	$C$	$\sigma_{zp}$	$m_W$ МПа	$C_W$	$R^2$
<b>45 (1 mun)</b>	250	16,26	45,28	300,07	0,4536	6,4748	0,809414
<b>45 (2 mun)</b>	204	13,04	36,67	274,53	0,7820	6,8120	0,795335
<b>49 (4 mun)</b>	145	6,65	20,94	246,04	0,6591	6,8142	0,791728
<b>40X (1 mun)</b>	274	18,69	51,91	323,36	0,6835	6,5414	0,808911
<b>40X (3 mun)</b>	154	7,95	23,98	246,31	0,7127	6,8490	0,792475
<b>40X (4 mun)</b>	159	7,70	23,03	220,75	0,5308	6,2429	0,807613

Проведемо обчислення збільшивши  $n$ , наприклад, до 1000. Результати зведемо у таблицю 3.

Таблиця 3

Результати розрахунку параметрів  
при збільшенні кількості точок апроксимації до 1000

Найменування сталі	$\sigma_R$ МПа	$m$	$C$	$\sigma_{sp}$	$m_W$ МПа	$C_W$	$R^2$
45 (1 mun)	250	16,26	45,28	300,07	0,6193	6,4779	0,826737
45 (2 mun)	204	13,04	36,67	274,53	0,7384	6,8155	0,812388
49 (4 mun)	145	6,65	20,94	246,04	0,6236	6,8186	0,807345
40X (1 mun)	274	18,69	51,91	323,36	0,6474	6,5445	0,826363
40X (3 mun)	154	7,95	23,98	246,31	0,6738	6,8533	0,808457
40X (4 mun)	159	7,70	23,03	220,75	0,5036	6,2462	0,824095

Далі відрізок  $[0, a]$  будемо розбивати на більшу кількість частин і дивитись до яких значень будуть прямувати параметри  $m_W$  та  $C_W$ . Результати обчислень зведемо у таблицю 4. З таблиці 4 видно, що зі збільшенням кількості  $n$  розбиття послідовність параметрів  $m_W$  та  $C_W$  збігається до  $m_W = 0.6190$  та  $C_W = 6.4779$ .

Таблиця 4

Результати розрахунку параметрів  
при збільшенні кількості точок апроксимації до 3700

Кількість розбиття	$m_w$ (МПа)	$C_w$
10	0,6536	6,4748
20	0,6368	6,4769
30	0,6310	6,4774
40	0,6280	6,4776
50	0,6262	6,4777
60	0,6250	6,4777
100	0,6226	6,4778
1000	0,6193	6,4779
2000	0,6191	6,4779
3700	0,6190	6,4779

### 3. МЕТОД НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ В ІНТЕГРАЛЬНОМУ ВИГЛЯДІ

Перепишемо функції (5) і (6), що витікають із степеневого рівняння та рівняння Вейбулла

$$y_1(x) = C - m \lg(10^x + \sigma_R),$$

$$y_2(x, C_w, m_w) = C_w - m_w x.$$

Шукані параметри  $m_w$  та  $C_w$  підберемо так, щоб функція

$$f(C_w, m_w) = \int_0^a (y_2(x, C_w, m_w) - y_1(x))^2 dx$$

досягла б найменшого значення. Отримаємо екстремальну задачу визначення  $m_w$  та  $C_w$  за умови

$$\int_0^a (C_w - m_w x - C + m \lg(10^x + \sigma_R))^2 dx \rightarrow \min.$$

За необхідними умовами екстремуму

$$\frac{\partial f(C_w, m_w)}{\partial C_w} = 0, \quad \frac{\partial f(C_w, m_w)}{\partial m_w} = 0$$

прийдемо до наступної системи рівнянь

$$\begin{cases} \int_0^a (C_w - m_w x - C + m \lg(10^x + \sigma_R)) dx = 0, \\ \int_0^a (C_w x - m_w x^2 - Cx + mx \lg(10^x + \sigma_R)) dx = 0. \end{cases}$$

Після обчислення інтегралів система прийме вигляд:

$$\begin{cases} C_w - \frac{a}{2} m_w = C - \frac{m}{a} \int_0^a \lg(10^x + \sigma_R) dx, \\ C_w - \frac{2a}{3} m_w = C - \frac{2m}{a^2} \int_0^a x \lg(10^x + \sigma_R) dx. \end{cases}$$

Розв'язавши систему, знайдемо

$$m_w = \frac{12m}{a^3} I_2 - \frac{6m}{a^2} I_1. \quad (9)$$

та

$$C_w = \frac{6m}{a^2} I_2 - \frac{4m}{a} I_1 + C, \quad (10)$$

де

$$I_1 = \int_0^a \lg(10^x + \sigma_R) dx, \quad I_2 = \int_0^a x \lg(10^x + \sigma_R) dx.$$

Доведемо, що при знайдених значеннях  $m_w$  та  $C_w$  функція  $f(C_w, m_w)$  досягає мінімуму. Знайдемо частинні похідні другого порядку

$$\frac{\partial^2 f}{\partial C_w^2} = 2a, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial C_w \partial m_w} = -a^2, \quad \frac{\partial^2 f}{\partial m_w^2} = \frac{2a^3}{3}.$$

Складемо вираз

$$\Delta = \frac{\partial^2 f}{\partial C_w^2} \frac{\partial^2 f}{\partial m_w^2} - \left( \frac{\partial^2 f}{\partial C_w \partial m_w} \right)^2 = \frac{4a^4}{3} - a^4 = \frac{a^4}{3}$$

Оскільки  $\Delta > 0$ , то функція  $f(C_w, m_w)$  за достатніми умовами екстремуму у знайдений точці має екстремум, а саме мінімум, бо

$$\frac{\partial^2 f}{\partial C_w^2} = 2a > 0.$$

#### 4. ОБЧИСЛЕННЯ ПАРАМАТРІВ ІНТЕГРАЛЬНОГО МЕТОДУ НАЙМЕНШИХ КВАДРАТІВ

Проведемо обчислення параметрів для сталі 45 (I тип).

В системі комп'ютерної математики wxMaxima обчислимо визначені інтеграли

$$I_1 = \int_0^a \lg(10^x + \sigma_R) dx = 4.1108,$$
$$I_2 = \int_0^a x \lg(10^x + \sigma_R) dx = 3,5089.$$

(% i8) I1: Romberg(lg(10^x+σR), x, 0, a);

(%o8) 4,11076642399604

(% i9) I2: Romberg(x·lg(10^x+σR), x, 0, a);

(%o9) 3,508856584198553

Командою romberg в програмі Maxima наближеними методами обчислюються визначені інтеграли.

За формулою (9) обчислимо  $m_w$

$$m_w = 0,6190,$$

а за формулою (10) обчислимо  $C_w$

$$C_w = 6,4779.$$

Таким чином, рівняння (5) та (6) набувають вигляду

$$y = 45,28 - 16,26 \lg(10^x + 250), \quad y = 6,4779 - 0,6190x.$$

Графіки отриманих функцій зображено на рис. 5.

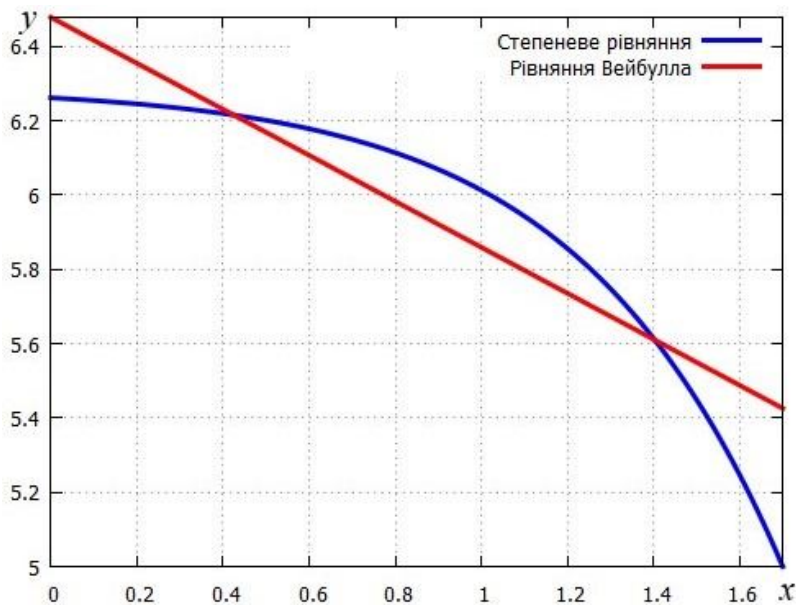


Рис. 5. Графіки функцій  $y(x)$  для степеневих рівняння та рівняння Вейбулла

Зауважимо, що площі криволінійних трапецій під прямою та під кривою співпадають

$$S_1 = S_2 = 10,1158.$$

До отриманих функцій (5), (6) знайдемо обернені функції

$$x = \lg \left( 10^{\frac{C-y}{m}} - \sigma_R \right), \quad x = \frac{C_w - y}{m_w}$$

та побудуємо їх графіки. При даних числових значеннях вони зображені на рисунку 6.

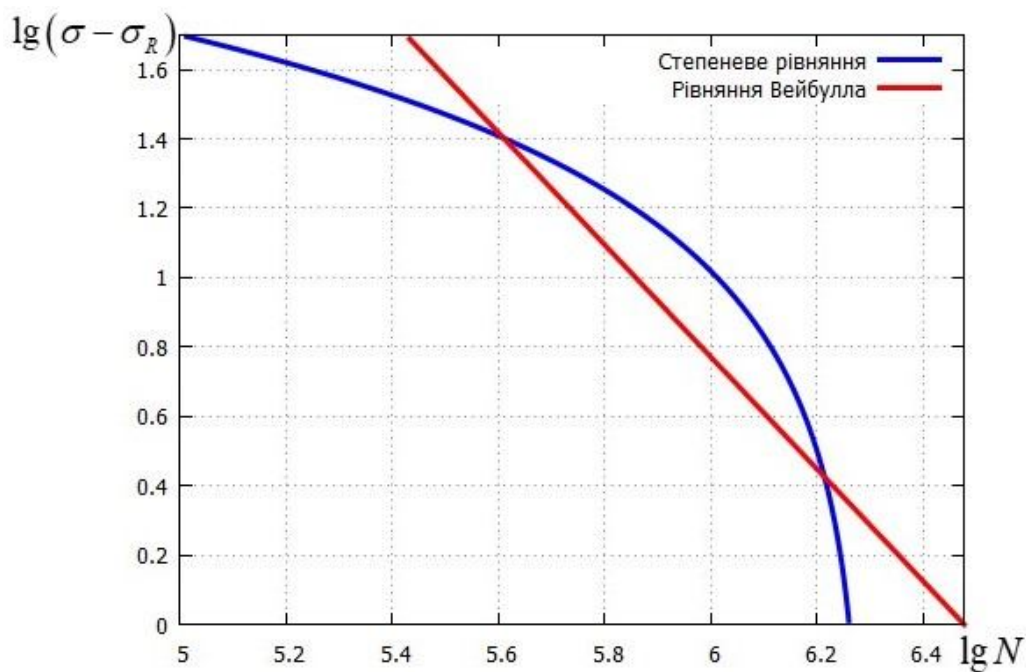


Рис. 6 Графіки обернених функцій  $x(y)$  у координатах  $\lg N - \lg(\sigma - \sigma_R)$

Аналогічні обчислення проведемо для інших видів сталі, результати зведемо у таблицю 5. Графіки для інших видів сталі схожі на ті, що представлені на рис. 5 і 6.



Таблиця 5

Результати розрахунку параметрів за допомогою методу найменших квадратів у інтегральному вигляді.

Найменування Сталі	$\sigma_R$ МПа	$m$	$C$	$N_{ep}$ циклів	$\sigma_{ep}$	$m_w$ МПа	$C_w$
<b>45 (I tun)</b>	250	16,26	45,28	$10^5$	300,07	0,6190	6,4779
<b>45 (II tun)</b>	204	13,04	36,67	$10^5$	274,53	0,7379	6,8154
<b>49 (4 tun)</b>	145	6,65	20,94	$10^5$	246,04	0,6231	6,8186
<b>40X (1 tun)</b>	274	18,69	51,91	$10^5$	323,36	0,6470	6,5445
<b>40X (3 tun)</b>	154	7,95	23,98	$10^5$	246,31	0,6733	6,8532
<b>40X (4 tun)</b>	159	7,70	23,03	$10^5$	220,75	0,5033	6,2462

### Висновки

1. Дослідженням встановлено, що результати обчислення параметрів класичним методом найменших квадратів наближаються до результатів, що отримані інтегральним методом найменших квадратів і збігаються при великій кількості розбиття відрізка  $[0, a]$ , в нашому прикладі  $n = 3700$ .

2. Якщо параметри рівняння Вейбулла  $m_w$  та  $C_w$  знаходити із рівності площ  $S_1 = S_2$ , то отримаємо такі ж самі результати, що отримали за інтегральним методом найменших квадратів.

### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Олейник Н.В., Скляр С.П. Прискорені випробування на втому. Київ: Наукова думка, 1985. 304 с.
2. Рябов Б.А., Бишко М.Д. Зв'язок між параметрами кривих втоми в логарифмічних та напівлогарифмічних координатах. // Деталі машин: Респ. міжвед. наук. – техн. зб. 1990. Вип. 50. С. 57-60.
3. Олейник В.Н., Конопльов А.В. Взаємозв'язок параметрів різних моделей кривих втоми. // Деталі машин: Респ. міжвед. наук.-техн. зб. 1991. Вип. 54. С. 83-89.
4. Олейник Н.В., Конопльов А.В., Кібаков А.Г. Методи прискореного визначення характеристик опору втоми в практичних застосуваннях. Одеса: Астропринт, 2000. 138 с.

5. Конопльов А.В., Григор'єв Ю.О., Галевський В.В. Спосіб перерахунку параметрів двох моделей кривої втomi // Вісник Одеського національного морського університету: 36 наук. Праць, 2023. № 4 (71). С. 87-95. DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-87-95.
6. Чичкар'єв Є.А., Чорновіан Ю.О. Підручник-довідник із системи комп'ютерної алгебри Maxima (переклад українською, доповнення, осучаснення). Розповсюджується згідно з умовами ліцензування GNU FDL. 2020 р. 186 с.

#### REFERENCES

1. Olejnik N.V., Sklyar S.P. Priskoreni viprobuvannya na vtomu. Kiyiv: Naukova dumka, 1985. 304 p.
2. Ryabov B.A., Bishko M.D. Zv'yazok mizh parametrami krivih vtomi v logarifmichnih ta napivlogarifmichnih koordinatah. // Detali mashin: Resp. mizhved. nauk. – tehn. zb. 1990. Vip. 50. P. 57-60.
3. Olejnik V.N., Konoplov A.V. Vzayemozv'yazok parametriv riznih modelej krivih vtomi. // Detali mashin: Resp. mizhved. nauk.-tehn. zb. 1991. Vip. 54. P. 83-89.
4. Olejnik N.V., Konoplov A.V., Kibakov A.G. Metodi priskorenogo viznachennya harakteristik oporu vtomi v praktichnih zastosuvannayah. Odesa: Astroprint, 2000. 138 p.
5. Konoplov A.V., Grigor'yev Yu.O., Galevskij V.V. Sposib pererakhunku parametriv dvoh modelej krivoyi vtomi // Visnik Odeskogo nacionalnogo morskogo universitetu: 36 nauk. Prac, 2023. № 4 (71). P. 87-95. DOI 10.47049/2226-1893-2023-4-87-95.
6. Chichkarov Ye.A., Chornovian Yu.O. Pidruchnik-dovidnik iz sistemi komp'yuternoyi algebri Maxima (pereklad ukrayinskoyu, dopovnennya, osuchasnennya). Rozpovsyudzhuyetsya zgidno z umovami licenzuvannya GNU FDL. 2020r. 186 p.

*Стаття надійшла до редакції 12.04.2024*

**Посилання на статтю: Шумило О.М., Григор'єв Ю.О., Конопльов А.В.** Про підходи до перерахунку параметрів кривих втomi // Вісник Одеського національного морського університету: 36. наук. праць, 2024. № 3 (74). С. 33-50. DOI 10.47049/2226-1893-2024-3-33-50.

*Article received 12.04.2024*

**Reference a journal artic: Shumylo O., Hryhoriev Yu., Konoplev A.** About getting to pererakhunk parameters in vtomi curves // *Herald of the Odessa national maritime university: Coll. scient. works*, 2024. № 3 (74). P. 33-50. DOI 10.47049/2226-1893-2024-3-33-50.